

目錄

1A 冊

第 1 章 基礎計算

挑戰題 1

第 2 章 有向數

挑戰題 5

第 5 章 一元一次方程

挑戰題 7

2B 冊

第 2 章 全等三角形

挑戰題..... 11

3A 冊

第 1 章 百分法 (二)

挑戰題..... 19

教師版

1A 冊

第 1 章 基礎計算

挑戰題 25

第 2 章 有向數

挑戰題 29

第 5 章 一元一次方程

挑戰題 31

2B 冊

第 2 章 全等三角形

挑戰題..... 35

3A 冊

第 1 章 百分法 (二)

挑戰題..... 43

挑戰題

姓名：_____ ()

班別：_____

第 1 章 基礎計算

1. $\overline{8A3B}$ 是一個四位數，可以被 8 和 9 整除。求 A 和 B 的值。

解

2. (a) 判斷和解釋 44 424 是否可以
(i) 被 4 整除。 (ii) 被 6 整除。 (iii) 被 8 整除。 (iv) 被 9 整除。
(b) 一個五位數當中的所有數字是 5 或 6，且可以被 4、6、8、9 整除。求該五位數。

解

3. 45 和兩個數 a 、 b ($a \neq 45$ 和 $b \neq 45$) 的 H.C.F. 是 15。45 和 a 、 b 的 L.C.M. 是 90。已知 $a < b$ ，求所有 a 和 b 可能的值。

解

4. 已知兩個數 a 、 b 的 H.C.F. 是 12，兩個數 a 、 b 的 L.C.M. 是 60。家明宣稱一個數 c 與 a 、 b 的 H.C.F. 是 4， c 與 a 、 b 的 L.C.M. 是 180。你是否同意？試解釋你的答案。

解釋答案

解

5. (a) 美美宣稱「如果兩個數的 H.C.F. 和 L.C.M 分別是 6 和 24，則該兩個數一定是 6 和 24。」你是否同意？試解釋你的答案。

解釋答案

解

- (b) 美美又宣稱「如果兩個數的 H.C.F. 和 L.C.M 分別是 6 和 36，則該兩個數一定是 6 和 36。」你是否同意？試解釋你的答案。

解

挑戰題

姓名：_____ ()

班別：_____

第 2 章 有向數

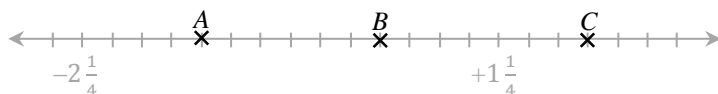
1. 下表列出 5 位學生到達學校的時間，其中 +1 分鐘表示響起鈴聲後 1 分鐘到達學校。

惠美	達明	敏思	家榮	麗莎
+13 分鐘	-10 分鐘	-22 分鐘	+5 分鐘	-17 分鐘

- (a) -17 分鐘表示甚麼？
 (b) 若鈴聲在早上 10:15 響起，麗莎到達學校的時間是甚麼？
 (c) 哪一位學生最早到達學校？

解

2. (a) 寫出以下數線上各字母所代表的有向數。



$A = \underline{\hspace{2cm}}$, $B = \underline{\hspace{2cm}}$, $C = \underline{\hspace{2cm}}$

- (b) D 、 E 和 F 分別是 A 、 B 和 C 的相反數。在 (a) 部的數線上，標示 D 、 E 和 F 。
3. 某直昇機和潛水艇分別在海平面上 40 米和海平面下 13 米。現時該直昇機下降 12 米，該潛水艇下降 7 米。
- (a) 求現時該直昇機和潛水艇的垂直距離。
 (b) 若該直昇機需要在該潛水艇的上方 50 米，求該直昇機需要上升的距離。

解

4. 已知香港時間比杜拜時間快了 4 小時。一班航機由香港飛往杜拜，飛行時間是 8 小時。若該航機起飛時的香港時間是上午 2 時，求該航機抵達杜拜時的杜拜時間。

解

5. 在遊戲中，每位玩家需要投擲一枚骰子 5 次。下表列出各投出的數字所得的分數。

投出的數字	1	2	3	4	5	6
分數	+2	-3	-1	+3	-4	+5

- (a) 若家明擲得 2 次「3」、1 次「6」和 2 次「2」，求他的總分。

解

- 解釋答案** (b) 提出 2 個方案使投擲骰子 5 次後的總分是 0。試解釋你的答案。

解

挑戰題

姓名：_____ ()

班別：_____

第 5 章 一元一次方程

1. 美美 6 年前的年齡與貝婷 6 年後的年齡相同。美美現在的年齡是貝婷現在的年齡的 5 倍。求美美現在的年齡。

解

2. 某 2 個禮包內糖果的數量一樣。高文提議把 2 個禮包內的糖果分為每 5 粒 1 組。文傑提議把第 1 個禮包內的糖果分為每 4 粒 1 組，然後把另 1 個禮包內的糖果分為每 8 粒 1 組。若文傑提議的方法所得的組數比高文的少 4 組，求每個禮包內糖果的數量。

解

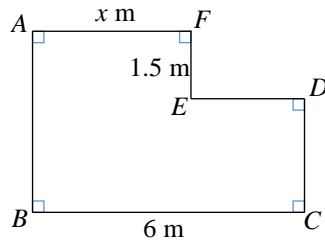
3. 1 個球的售價比 3 個蘋果的售價貴 \$2。1 個印章的售價與 5 個球和 1 個蘋果的總售價相同。一個娃娃的售價是一個印章的 $\frac{1}{3}$ 。若一個娃娃的售價是 \$30，求 1 個蘋果的售價。

解

4. 天誠有 \$50 和 \$20 兩種紙幣共 18 張。他不小心把 \$50 紙幣當作 \$100 紙幣，並把 \$20 紙幣當作 \$50 紙幣。天誠發現不小心的情況下計算所得的紙幣總值比真實的紙幣總值多 \$800。求真實的紙幣總值。

解

5. 圖中所示為雪莉購買的一個住宅單位。若該單位的周界和面積分別是 20 m 和 20.25 m^2 ，求 x 的值。



解

挑戰題

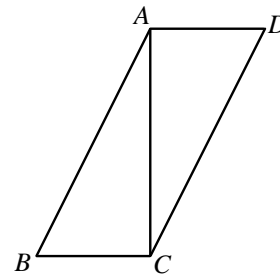
姓名：_____ ()

班別：_____

第 2 章 全等三角形

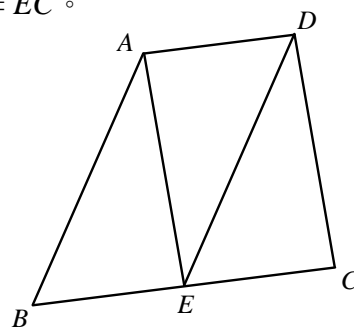
1. 在圖中， $AB = CD$ 和 $\angle ABC = \angle CDA$ 。

解釋答案 $\triangle ABC$ 與 $\triangle CDA$ 是否全等？試解釋你的答案。



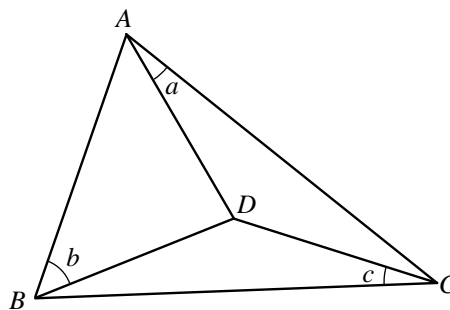
解

2. 在圖中， BEC 是一條直線，且 $AD \parallel BC$ ， $BA \parallel ED$ 和 $BE = EC$ 。
證明 $\triangle ABE \cong \triangle DEC$ 。



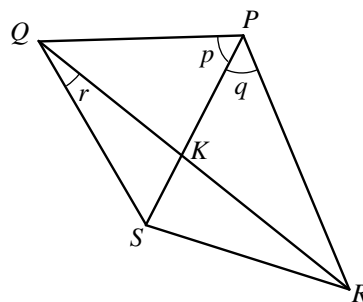
解

3. 在圖中， $AD = BD = CD$ 。
證明 $\angle BDC = 90^\circ + a + b - c$ 。



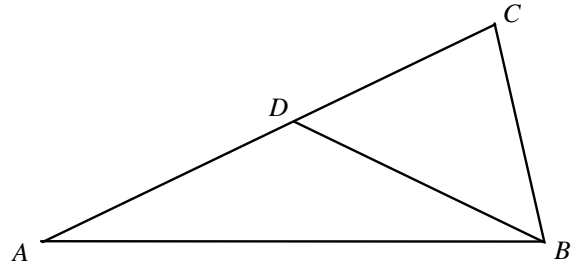
解

4. 在圖中， PS 和 QR 相交於 K ，且 $PS = QS = RS$ 。
證明 $\angle QSR = 270^\circ - p - q - r$ 。



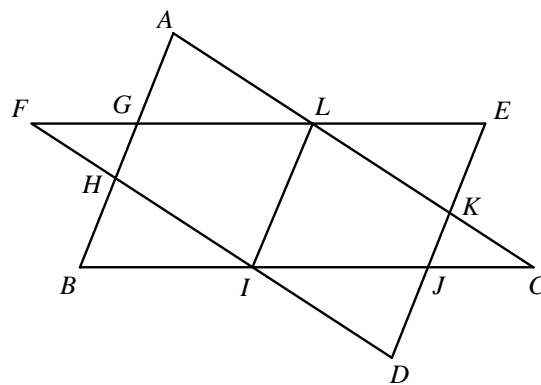
解

5. 在圖中， ADC 是一條直線，且 $AB = AC$ ， $AD = BD$ 和 $CB = CD$ 。
求 $\angle BAC$ 、 $\angle CBD$ 和 $\angle ACB$ 。



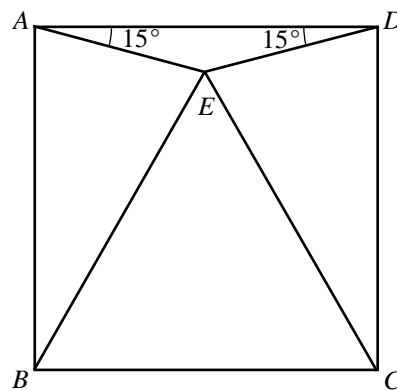
解

6. 在圖中， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 和 $BC \parallel FE$ 。證明 $\triangle AGL \cong \triangle DJI$ 。

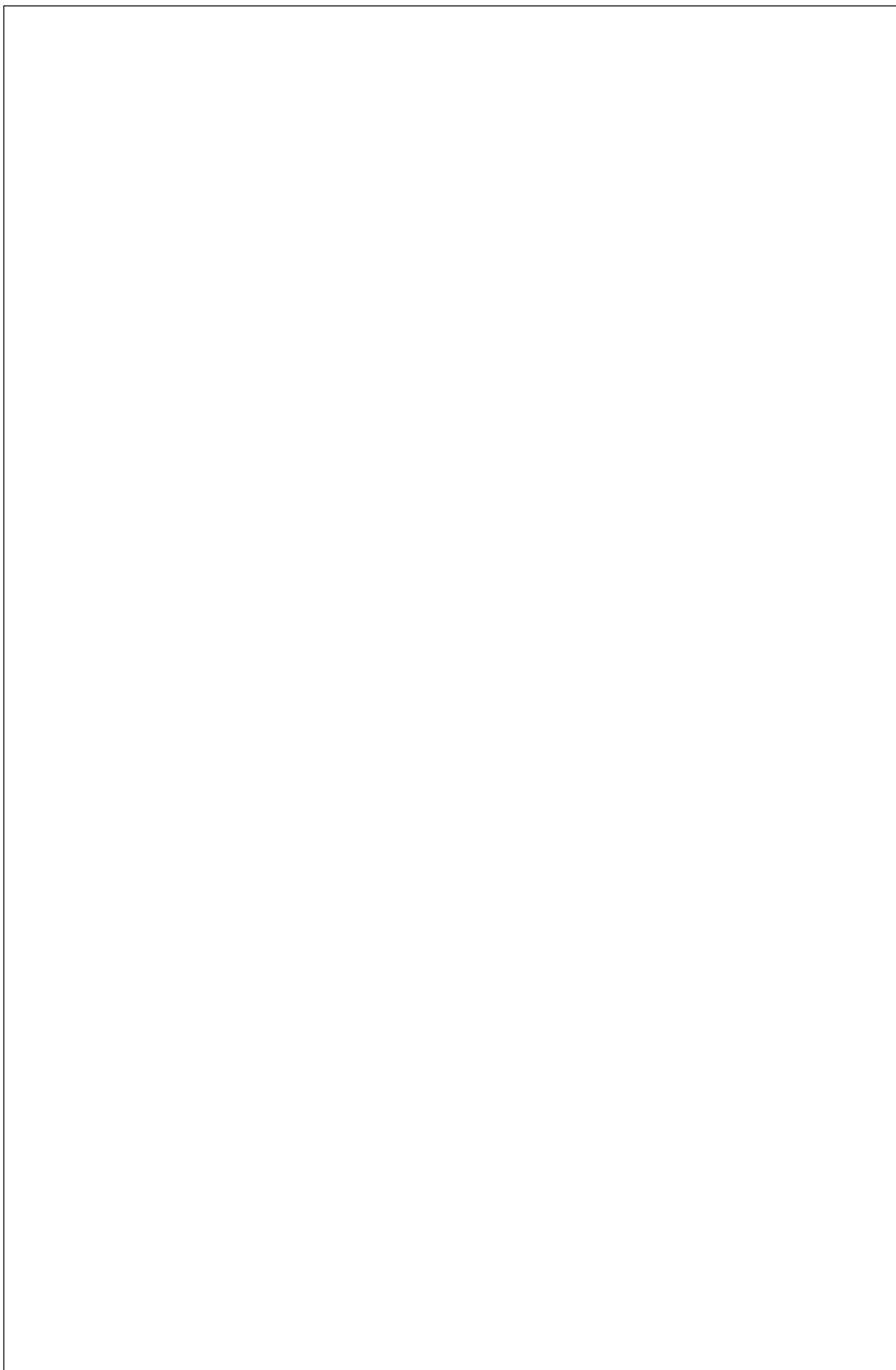


解

7. 在圖中， $ABCD$ 是一個正方形，且 $\angle ADE = \angle DAE = 15^\circ$ 。
證明 $\triangle BCE$ 是一個等邊三角形。



解



挑戰題

姓名：_____ ()

班別：_____

第 1 章 百分法 (二)

1. 家榮把一筆款項存入銀行，以單利息計算。若年利率由 2.3% 提高至 2.5%，則家榮 3 年後所得的利息便會增加 \$2610。求該筆款項的金額。

解

2. 某住宅單位的價值第一年增加了 $r\%$ ，第二年減少了 $r\%$ ，第三年增加了 $r\%$ ，第四年減少了 $r\%$ 。若 4 年後該住宅單位的價值的百分變化是 $-3.881\ 584\%$ ，求 r 的值。

解

3. 一筆款項 $\$P$ 存入銀行，第一年的年利率是 2%，每半年以複利息結算一次；第二年的年利率是 3%，每季以複利息結算一次；第三年的年利率是 4%，每月以複利息結算一次。已知另一筆款項 $\$2P$ 存入銀行，年利率是 $r\%$ ，以單利息計算，3 年後所得的利息與前者所得的利息相同。求 r 的值，準確至三位有效數字。

解

4. 一件玩具、一本書和一個袋的價格比例是 1:2:3。該件玩具、該本書和該個袋分別以 $x\%$ 、 $3x\%$ 和 $4x\%$ 的折扣百分率出售。若購買五件玩具、三本書和一個袋的總折扣百分率是 17.5%，求 x 的值。

解

5. 何先生的薪俸稅是 $\$x$ ， $\$x$ 多於 $\$9000$ 且少於 $\$16000$ 。他的月薪是 $\$4x$ 。他的基本免稅額是 $\$339200$ 。根據下表所示為 2018 – 2019 年度的累進稅率，求 x 的值。

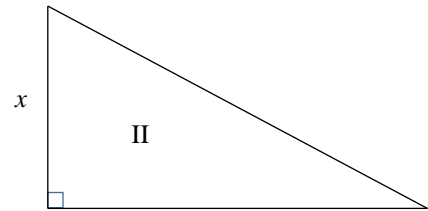
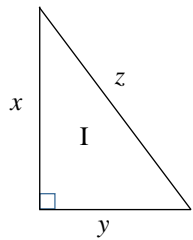
應課稅入息實額	稅率
(I) 最初的 $\$50000$	2%
(II) 其次的 $\$50000$	6%
(III) 其次的 $\$50000$	10%
(IV) 其次的 $\$50000$	14%
(V) 餘額	17%

解

6. 直角三角形 I 的邊長分別是 x 、 y 和 z ，當中 z 是直角三角形 I 斜邊的長度。現在把 y 和 z 分別增加 $a\%$ 和 70% 而 x 維持不變。設 x 、 y 和 z 的新值是直角三角形 II 的邊長，當中 z 的新值是直角三角形 II 斜邊的長度。已知直角三角形 II 的面積是直角三角形 I 的 2.5 倍。

(a) 求 a 的值。

(b) 求 $y : z$ 。



解

挑戰題

教師版

挑戰題

教師版

姓名：_____ ()

班別：_____

第 1 章 基礎計算

1. $\overline{8A3B}$ 是一個四位數，可以被 8 和 9 整除。求 A 和 B 的值。

解

$\overline{8A3B}$ 可以被 8 整除。

$\therefore \overline{8A3B}$ 可以被 4 整除。

考慮 4 的整除性：

最後兩個位上的數是 $\overline{3B}$ 。

$\therefore 32$ 和 36 可以被 4 整除。

$\therefore B = 2$ 或 6 。

考慮 9 的整除性：

$\overline{8A3B}$ 可以被 9 整除。

$\therefore 8、A、3$ 與 B 之和可以被 9 整除。

情況一： $B = 2$

對於 $8、A、3$ 與 B 之和可以被 9 整除，

$$8 + A + 3 + 2 = 18 \text{ (不考慮 9, 因為 } 8 + 3 > 9; \text{ 不考慮 27, 因為 } A \text{ 是一個正整數且 } A < 10 \text{。)}$$

$$A = 5$$

考慮 8 的整除性：

對於 8532 ，百位數字是奇數。

個位數字和十位數字所組成的兩位數是 32 。

32 是 8 的倍數。

$\therefore 8532$ 不可以被 8 整除。

情況二： $B = 6$

對於 $8、A、3$ 與 B 之和可以被 9 整除，

$$8 + A + 3 + 6 = 18 \text{ (不考慮 9, 因為 } 8 + 3 > 9; \text{ 不考慮 27, 因為 } A \text{ 是一個正整數且 } A < 10 \text{。)}$$

$$A = 1$$

考慮 8 的整除性：

對於 8136 ，百位數字是奇數。

個位數字和十位數字所組成的兩位數是 36 。

36 除以 8 時的餘數是 4。

$\therefore 8136$ 可以被 8 整除。

$\therefore A = 1$ 和 $B = 6$ 。

2. (a) 判斷和解釋 44 424 是否可以
 (i) 被 4 整除。 (ii) 被 6 整除。 (iii) 被 8 整除。 (iv) 被 9 整除。
 (b) 一個五位數當中的所有數字是 5 或 6，且可以被 4、6、8、9 整除。求該五位數。

解

- (a) (i) 最後兩個位上的數是 24。
 24 可以被 4 整除。
 \therefore 44 424 可以被 4 整除。
- (ii) 對於 44 424，44 424 是偶數，且 $4 + 4 + 4 + 2 + 4 = 18$ 。
 18 可以被 3 整除。
 \therefore 44 424 可以被 6 整除。
- (iii) 百位數字是偶數。
 個位數字和十位數字所組成的兩位數是 24。
 24 是 8 的倍數。
 \therefore 44 424 可以被 8 整除。
- (iv) 對於 44 424， $4 + 4 + 4 + 2 + 4 = 18$ 。
 18 可以被 9 整除。
 \therefore 44 424 可以被 9 整除。

- (b) 設所求的五位數是 \overline{ABCDE} 。
 已知 \overline{ABCDE} 可以被 4 整除。
 \therefore 最後兩個位上的數可以被 4 整除。
 56 可以被 4 整除。
 即 $D = 5$ 、 $E = 6$ 。
 已知 \overline{ABCDE} 可以被 8 整除，且 56 可以被 8 整除。
 \therefore 百位數字是偶數。
 即 $C = 6$ 。
 已知 \overline{ABCDE} 可以被 9 整除。
 \therefore A 、 B 、 C 、 D 與 E 之和可以被 9 整除。
 只有當 $A = 5$ 、 $B = 5$ ，
- $$A + B + 6 + 5 + 6 = 10 + 17 = 27 \text{ (可以被 9 整除)}$$
- \therefore 所求的五位數是 55 656。

3. 45 和兩個數 a 、 b ($a \neq 45$ 和 $b \neq 45$) 的 H.C.F. 是 15。45 和 a 、 b 的 L.C.M. 是 90。已知 $a < b$ ，求所有 a 和 b 可能的值。

解

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$45 \text{ 和 } a、b \text{ 的 H.C.F.} = 15 = 3 \times 5$$

$$45 \text{ 和 } a、b \text{ 的 L.C.M.} = 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

根據 H.C.F. 和 L.C.M. 的質因數分解連乘式，我們得知 a 和 b 的質因數分解是 $2^m \times 3^n \times 5$ ，其中 $m=0$ 或 1 ， $n=1$ 或 2 。我們有以下情況：

$$\text{情況一： } a = 2^0 \times 3^1 \times 5 = 15$$

$$b = 2^1 \times 3^1 \times 5 \text{ 或 } 2^1 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{即 } b = 30 \text{ 或 } 90$$

$$\text{情況二： } a = 2^1 \times 3^1 \times 5 = 30$$

$$b = 2^0 \times 3^2 \times 5 \text{ 或 } 2^1 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{即 } b = 45 \text{ 或 } 90$$

$$\therefore b \neq 45$$

$$\therefore b = 90$$

\therefore 所有 a 和 b 可能的值是 $(a = 15, b = 30)$ 、 $(a = 15, b = 90)$ 、 $(a = 30, b = 90)$ 。

4. 已知兩個數 a 、 b 的 H.C.F. 是 12，兩個數 a 、 b 的 L.C.M. 是 60。家明宣稱一個數 c 與 a 、 b 的 H.C.F. 是 4， c 與 a 、 b 的 L.C.M. 是 180。你是否同意？試解釋你的答案。

解釋答案

解

$$\text{已知 } a \text{ 和 } b \text{ 的 H.C.F.} = 12 = 2^2 \times 3。$$

$\therefore a$ 和 b 是 3 的倍數。

家明宣稱一個數 c 與 a 、 b 的 H.C.F. 是 4。

即 3 一定不是 c 的因數。（ c 的第一個條件）

已知 a 和 b 的 L.C.M. = 60，而 9 明顯不是 60 的因數。

$\therefore a$ 和 b 不是 9 的倍數。

家明宣稱一個數 c 與 a 、 b 的 L.C.M. 是 180，而 9 明顯是 180 的因數。

由於 a 和 b 不是 9 的倍數，

因此 9 一定是 c 的因數。（ c 的第二個條件）

c 的第一個和第二個條件矛盾。

\therefore 不同意該宣稱。

5. (a) 美美宣稱「如果兩個數的 H.C.F. 和 L.C.M 分別是 6 和 24，則該兩個數一定是 6 和 24。」你是否同意？試解釋你的答案。

解釋答案

解

$$\text{H.C.F.} = 6 = 2 \times 3$$

$$\text{L.C.M.} = 24 = 2^3 \times 3$$

運用質因數分解，我們得知兩個數的值是 $2^m \times 3$ ，當中 $m = 1, 2$ 或 3 。

從 H.C.F.，我們得知當中一個數的因數 2 的指數是 1。

從 L.C.M.，我們得知當中一個數的因數 2 的指數是 3。

\therefore 只有 6 和 24 滿足以上條件。

\therefore 同意該宣稱。

- (b) 美美又宣稱「如果兩個數的 H.C.F. 和 L.C.M 分別是 6 和 36，則該兩個數一定是 6 和 36。」你是否同意？試解釋你的答案。

解

$$\text{H.C.F.} = 6 = 2 \times 3$$

$$\text{L.C.M.} = 36 = 2^2 \times 3^2$$

運用質因數分解，我們得知兩個數的值是 $2^m \times 3^n$ ，當中 $m = 1$ 或 2 ， $n = 1$ 或 2 。

$\therefore 2^2 \times 3 = 12$ 和 $2 \times 3^2 = 18$ 兩個數滿足以上條件。

\therefore 不同意該宣稱。

挑戰題

教師版

姓名：_____ ()

班別：_____

第 2 章 有向數

1. 下表列出 5 位學生到達學校的時間，其中 +1 分鐘表示響起鈴聲後 1 分鐘到達學校。

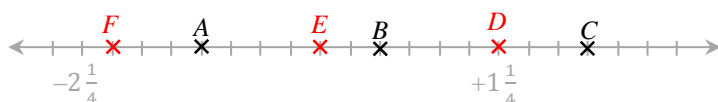
惠美	達明	敏思	家榮	麗莎
+13 分鐘	-10 分鐘	-22 分鐘	+5 分鐘	-17 分鐘

- (a) -17 分鐘表示甚麼？
 (b) 若鈴聲在早上 10:15 響起，麗莎到達學校的時間是甚麼？
 (c) 哪一位學生最早到達學校？

解

- (a) -17 分鐘表示響起鈴聲前 17 分鐘到達學校。
 (b) 麗莎到達學校的時間是早上 9:58。
 (c) 敏思最早到達學校。

2. (a) 寫出以下數線上各字母所代表的有向數。



$$A = -1\frac{1}{4}, B = +\frac{1}{4}, C = +2$$

- (b) D 、 E 和 F 分別是 A 、 B 和 C 的相反數。在 (a) 部的數線上，標示 D 、 E 和 F 。
 3. 某直昇機和潛水艇分別在海平面上 40 米和海平面下 13 米。現時該直昇機下降 12 米，該潛水艇下降 7 米。
 (a) 求現時該直昇機和潛水艇的垂直距離。
 (b) 若該直昇機需要在該潛水艇的上方 50 米，求該直昇機需要上升的距離。

解

- (a) 該直昇機和潛水艇的垂直距離 = $[(40 - 12) - (-13 - 7)]$ 米
 $= [28 - (-20)]$ 米
 $= [28 + 20]$ 米
 $= 48$ 米
 (b) 該直昇機需要上升的距離 = $(50 - 48)$ 米
 $= 2$ 米

4. 已知香港時間比杜拜時間快了 4 小時。一班航機由香港飛往杜拜，飛行時間是 8 小時。若該航機起飛時的香港時間是上午 2 時，求該航機抵達杜拜時的杜拜時間。

解

該航機起飛時的香港時間是上午 2 時，由香港飛往杜拜的飛行時間是 8 小時，即抵達杜拜時的香港時間是上午 10 時，即表示該航機抵達杜拜時的杜拜時間是上午 6 時。

5. 在遊戲中，每位玩家需要投擲一枚骰子 5 次。下表列出各投出的數字所得的分數。

投出的數字	1	2	3	4	5	6
分數	+2	-3	-1	+3	-4	+5

- (a) 若家明擲得 2 次「3」、1 次「6」和 2 次「2」，求他的總分。

解

他的總分

$$= 2 \times (-1) + (+5) + 2 \times (-3)$$

$$= -2 + 5 - 6$$

$$= \underline{-3}$$

- 解釋答案** (b) 提出 2 個方案使投擲骰子 5 次後的總分是 0。試解釋你的答案。

解

投擲骰子 5 次後的總分是 0 的方案：(只需提出其中 2 個方案)

1. 1 次「1」、1 次「4」、1 次「2」和 2 次「3」：

$$1 \times (+2) + 1 \times (+3) + 1 \times (-3) + 2 \times (-1) = 2 + 3 - 3 - 2 = 0$$

2. 1 次「1」、1 次「6」、2 次「2」和 1 次「3」：

$$1 \times (+2) + 1 \times (+5) + 2 \times (-3) + 1 \times (-1) = 2 + 5 - 6 - 1 = 0$$

3. 2 次「4」、2 次「3」和 1 次「5」： $2 \times (+3) + 2 \times (-1) + 1 \times (-4) = 6 - 2 - 4 = 0$

4. 1 次「2」、1 次「3」、1 次「4」、1 次「5」和 1 次「6」：

$$1 \times (-3) + 1 \times (-1) + 1 \times (+3) + 1 \times (-4) + 1 \times (+5) = -3 - 1 + 3 - 4 + 5 = 0$$

5. 2 次「6」、2 次「2」和 1 次「5」： $2 \times (+5) + 2 \times (-3) + 1 \times (-4) = 10 - 6 - 4 = 0$

6. 3 次「1」和 2 次「2」： $3 \times (+2) + 2 \times (-3) = 6 - 6 = 0$

7. 2 次「1」、1 次「4」、1 次「2」和 1 次「5」：

$$2 \times (+2) + 1 \times (+3) + 1 \times (-3) + 1 \times (-4) = 4 + 3 - 3 - 4 = 0$$

8. 1 次「1」、2 次「4」和 2 次「5」： $1 \times (+2) + 2 \times (+3) + 2 \times (-4) = 2 + 6 - 8 = 0$

挑戰題

教師版

姓名：_____ ()

班別：_____

第 5 章 一元一次方程

1. 美美 6 年前的年齡與貝婷 6 年後的年齡相同。美美現在的年齡是貝婷現在的年齡的 5 倍。求美美現在的年齡。

解

設美美現在的年齡是 x 歲。

\therefore 美美 6 年前的年齡與貝婷 6 年後的年齡相同。

即美美的年齡比貝婷的大 12 歲。

貝婷現在的年齡 = $(x - 12)$ 歲

$$\begin{aligned}x &= 5(x - 12) \\x &= 5x - 60 \\x - 5x &= -60 \\-4x &= -60 \\x &= \frac{-60}{-4} \\x &= 15\end{aligned}$$

\therefore 美美現在的年齡是 15 歲。

2. 某 2 個禮包內糖果的數量一樣。高文提議把 2 個禮包內的糖果分為每 5 粒 1 組。文傑提議把第 1 個禮包內的糖果分為每 4 粒 1 組，然後把另 1 個禮包內的糖果分為每 8 粒 1 組。若文傑提議的方法所得的組數比高文的少 4 組，求每個禮包內糖果的數量。

解

設每個禮包內糖果的數量是 x 粒。

$$\begin{aligned}\frac{2x}{5} &= \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + 4 \\40\left(\frac{2x}{5}\right) &= 40\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8} + 4\right) \\16x &= 40 \times \frac{x}{4} + 40 \times \frac{x}{8} + 40 \times 4 \\16x &= 10x + 5x + 160 \\16x - 10x - 5x &= 160 \\x &= 160\end{aligned}$$

\therefore 每個禮包內糖果的數量是 160 粒。

3. 1 個球的售價比 3 個蘋果的售價貴 \$2。1 個印章的售價與 5 個球和 1 個蘋果的總售價相同。一個娃娃的售價是一個印章的 $\frac{1}{3}$ 。若一個娃娃的售價是 \$30，求 1 個蘋果的售價。

解

設 1 個蘋果的售價是 $\$x$ ，

則 1 個球的售價 = $\$(3x + 2)$

1 個印章的售價 = $\$[(3x + 2) \times 5 + x]$

1 個娃娃的售價 = $\$ \left[\frac{(3x+2) \times 5 + x}{3} \right]$

$$\frac{(3x+2) \times 5 + x}{3} = 30$$

$$\frac{15x + 10 + x}{3} = 30$$

$$15x + 10 + x = 30 \times 3$$

$$16x = 90 - 10$$

$$16x = 80$$

$$x = \frac{80}{16}$$

$$x = 5$$

\therefore 1 個蘋果的售價是 \$5。

4. 天誠有 \$50 和 \$20 兩種紙幣共 18 張。他不小心把 \$50 紙幣當作 \$100 紙幣，並把 \$20 紙幣當作 \$50 紙幣。天誠發現不小心的情況下計算所得的紙幣總值比真實的紙幣總值多 \$800。求真實的紙幣總值。

解

設 \$20 紙幣的數目是 x ，

則 \$50 紙幣的數目是 $18 - x$ 。

$$\begin{aligned}x(50 - 20) + (18 - x)(100 - 50) &= 800 \\30x + 50(18 - x) &= 800 \\30x + 50 \times 18 - 50x &= 800 \\-20x &= 800 - 900 \\x &= \frac{-100}{-20} \\x &= 5\end{aligned}$$

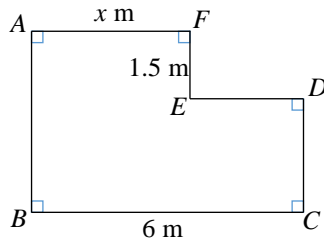
\$50 紙幣的數目 $= 18 - 5 = 13$

真實的紙幣總值

$$= \$(20 \times 5 + 50 \times 13)$$

$$= \underline{\underline{\$750}}$$

5. 圖中所示為雪莉購買的一個住宅單位。若該單位的周界和面積分別是 20 m 和 20.25 m^2 ，求 x 的值。



解

設 AB 的長度是 $y \text{ m}$ 。

該單位的周界 = $2(y + 6) \text{ m}$

$$2(y + 6) = 20$$

$$2y + 12 = 20$$

$$2y = 20 - 12$$

$$y = \frac{8}{2}$$

$$y = 4$$

$ED = BC - AF = (6 - x) \text{ m}$

該單位的面積 = $[6 \times 4 - 1.5 \times (6 - x)] \text{ m}^2$

$$6 \times 4 - 1.5 \times (6 - x) = 20.25$$

$$24 - 1.5 \times 6 + 1.5x = 20.25$$

$$1.5x = 20.25 - 24 + 9$$

$$1.5x = 5.25$$

$$x = \frac{5.25}{1.5}$$

$$x = \underline{\underline{3.5}}$$

挑戰題

教師版

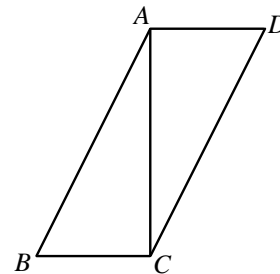
第 2 章 全等三角形

姓名：_____ ()

班別：_____

1. 在圖中， $AB = CD$ 和 $\angle ABC = \angle CDA$ 。

解釋答案 $\triangle ABC$ 與 $\triangle CDA$ 是否全等？試解釋你的答案。



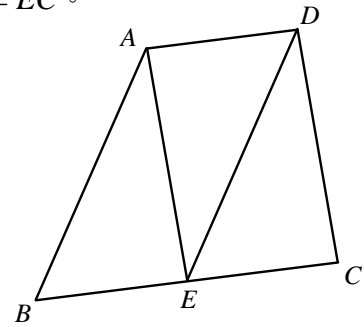
解

$\triangle ABC$ 與 $\triangle CDA$ 不是全等，因為兩個三角形沒有滿足任何一個全等三角形的判別條件 (SAS、SSS、ASA、AAS 和 RHS)。

$AB = CD$	已知
$\angle ABC = \angle CDA$	已知
$AC = CA$	公共邊

注意：SSA 不能作為全等三角形的判別條件。

2. 在圖中， BEC 是一條直線，且 $AD \parallel BC$ ， $BA \parallel ED$ 和 $BE = EC$ 。
證明 $\triangle ABE \cong \triangle DEC$ 。



解

考慮 $\triangle ABE$ 和 $\triangle EDA$ 。

$$\angle BAE = \angle DEA$$

內錯角， $BA \parallel ED$

$$\angle AEB = \angle EAD$$

內錯角， $AD \parallel BC$

$$AE = EA$$

公共邊

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle EDA$$

ASA

$$\therefore AB = DE$$

$\cong \triangle$ 對應邊

考慮 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DEC$ 。

$$AB = DE$$

已證

$$BE = EC$$

已知

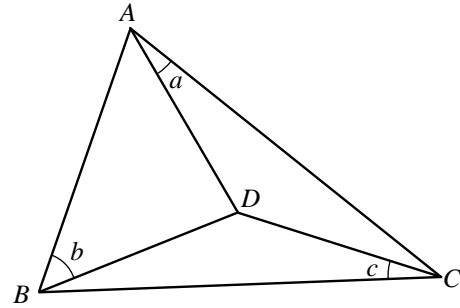
$$\angle ABE = \angle DEC$$

同位角， $BA \parallel ED$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DEC$$

SAS

3. 在圖中， $AD = BD = CD$ 。
證明 $\angle BDC = 90^\circ + a + b - c$ 。



解

考慮 $\triangle ADC$ 。

$$\therefore CD = AD$$

$$\therefore \angle ACD = \angle DAC = a$$

考慮 $\triangle BAD$ 。

$$\therefore AD = BD$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ABD = b$$

考慮 $\triangle BDC$ 。

$$\therefore BD = CD$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BCD = c$$

考慮 $\triangle ABC$ 。

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$$

$$a + b + b + c + a + c = 180^\circ$$

$$2(a + b + c) = 180^\circ$$

$$a + b + c = 90^\circ$$

$$c = 90^\circ - a - b$$

考慮 $\triangle BDC$ 。

$$\angle BDC + \angle CBD + \angle BCD = 180^\circ$$

$$\angle BDC = 180^\circ - c - c$$

$$= 180^\circ - (90^\circ - a - b) - c$$

$$= 180^\circ - 90^\circ + a + b - c$$

$$= \underline{90^\circ + a + b - c}$$

已知

等腰 \triangle 底角

已知

等腰 \triangle 底角

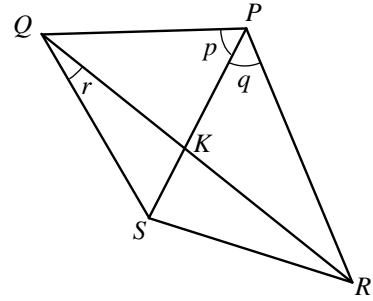
已知

等腰 \triangle 底角

\triangle 內角和

\triangle 內角和

4. 在圖中， PS 和 QR 相交於 K ，且 $PS = QS = RS$ 。
證明 $\angle QSR = 270^\circ - p - q - r$ 。



解

考慮 $\triangle PQS$ 。

$$\because QS = PS$$

$$\therefore \angle PQS = \angle QPS = p$$

考慮 $\triangle PRS$ 。

$$\because RS = PS$$

$$\therefore \angle PRS = \angle RPS = q$$

考慮 $\triangle QRS$ 。

$$\because RS = QS$$

$$\therefore \angle QRS = \angle RQS = r$$

$$\angle PQR = \angle PQS - \angle RQS = p - r$$

$$\angle PRQ = \angle PRS - \angle QRS = q - r$$

考慮 $\triangle PQR$ 。

$$\angle QPR + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$(p + q) + (p - r) + (q - r) = 180^\circ$$

$$2(p + q - r) = 180^\circ$$

$$p + q - r = 90^\circ$$

$$r = p + q - 90^\circ$$

考慮 $\triangle QRS$ 。

$$\angle QSR + \angle RQS + \angle QRS = 180^\circ$$

$$\angle QSR = 180^\circ - r - r$$

$$= 180^\circ - (p + q - 90^\circ) - r$$

$$= 180^\circ - p - q + 90^\circ - r$$

$$= \underline{\underline{270^\circ - p - q - r}}$$

已知

等腰 \triangle 底角

已知

等腰 \triangle 底角

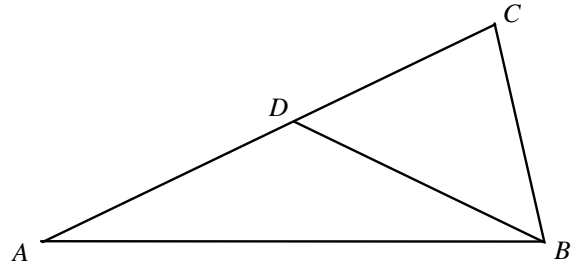
已知

等腰 \triangle 底角

\triangle 內角和

\triangle 內角和

5. 在圖中， ADC 是一條直線，且 $AB = AC$ ， $AD = BD$ 和 $CB = CD$ 。
求 $\angle BAC$ 、 $\angle CBD$ 和 $\angle ACB$ 。



解

設 $\angle BAC = x^\circ$ 。

考慮 $\triangle ABD$ 。

$\because BD = AD$

$\therefore x = \angle ABD = \angle BAD$ (等腰 \triangle 底角)

$\angle CDB = \angle BAD + \angle ABD$ (\triangle 外角)

$$= x + x$$

$$= 2x$$

考慮 $\triangle BCD$ 。

$\because CB = CD$

$\therefore \angle CBD = \angle CDB$ (等腰 \triangle 底角)

$$= 2x$$

$\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD$

$$= x + 2x$$

$$= 3x$$

考慮 $\triangle ABC$ 。

$\because AC = AB$

$\therefore \angle ACB = \angle ABC$ (等腰 \triangle 底角)

$$= 3x$$

$\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$ (\triangle 內角和)

$$x + 3x + 3x = 180^\circ$$

$$7x = 180^\circ$$

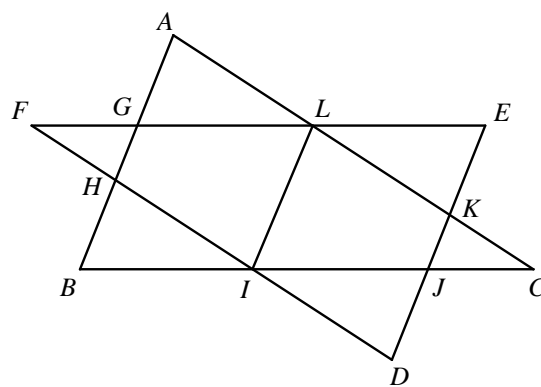
$$x = \frac{180^\circ}{7}$$

$$\angle BAC = x = \frac{180^\circ}{7}$$

$$\angle CBD = 2x = 2 \times \frac{180^\circ}{7} = \frac{360^\circ}{7}$$

$$\angle ACB = 3x = 3 \times \frac{180^\circ}{7} = \frac{540^\circ}{7}$$

6. 在圖中， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 和 $BC \parallel FE$ 。證明 $\triangle AGL \cong \triangle DJI$ 。



解

$$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

已知

$$\therefore \angle ACB = \angle DFE$$

$\cong \triangle$ 對應角

$$\text{即 } \angle LCI = \angle IFL$$

考慮 $\triangle FLI$ 和 $\triangle CIL$ 。

$$\angle IFL = \angle LCI$$

已證

$$\angle FLI = \angle CIL$$

內錯角， $BC \parallel FE$

$$IL = LI$$

公共邊

$$\therefore \triangle FLI \cong \triangle CIL$$

AAS

$$\therefore FI = CL$$

$\cong \triangle$ 對應邊

$$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

已知

$$\therefore AC = DF$$

$\cong \triangle$ 對應邊

$$AL = AC - CL$$

$$= DF - FI$$

$$= DI$$

$$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

已知

$$\therefore \angle BAC = \angle EDF$$

$\cong \triangle$ 對應角

$$\text{即 } \angle GAL = \angle JDI$$

$$\angle ALG = \angle ACB$$

同位角， $BC \parallel FE$

$$\angle DFE = \angle DIJ$$

同位角， $BC \parallel FE$

$$\therefore \angle ACB = \angle DFE$$

已證

$$\therefore \angle ALG = \angle DIJ$$

考慮 $\triangle AGL$ 和 $\triangle DJI$ 。

$$AL = DI$$

已證

$$\angle GAL = \angle JDI$$

已證

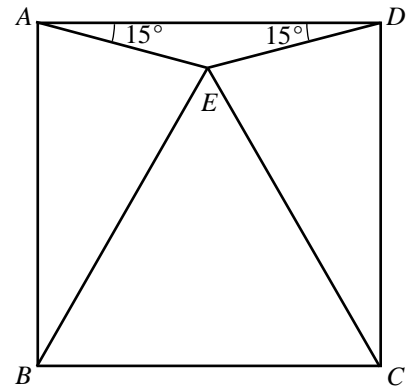
$$\angle ALG = \angle DIJ$$

已證

$$\therefore \triangle AGL \cong \triangle DJI$$

ASA

7. 在圖中， $ABCD$ 是一個正方形，且 $\angle ADE = \angle DAE = 15^\circ$ 。
證明 $\triangle BCE$ 是一個等邊三角形。



解

在圖中，作 $\triangle AFB$ 使得 $\triangle AFB \cong \triangle AED$ 。

$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AED$

$\therefore \angle FAB = \angle EAD = 15^\circ$

$\therefore ABCD$ 是一個正方形。

$\therefore \angle DAB = 90^\circ$

$\angle DAE + \angle EAF + \angle FAB = 90^\circ$

$15^\circ + \angle EAF + 15^\circ = 90^\circ$

$\angle EAF = 60^\circ$

$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AED$

$\therefore AF = AE$

$\therefore \angle AFE = \angle AEF$

考慮 $\triangle AFE$ 。

$\angle EAF + \angle AEF + \angle AFE = 180^\circ$

$60^\circ + \angle AFE + \angle AFE = 180^\circ$

$2\angle AFE = 120^\circ$

$\angle AFE = 60^\circ$

$\therefore \angle EAF = \angle AEF = \angle AFE = 60^\circ$

$\therefore \triangle AEF$ 是一個等邊三角形。

$\therefore AE = AF = EF$

考慮 $\triangle AED$ 。

$\therefore \angle DAE = \angle ADE = 15^\circ$

$\therefore AE = DE$

$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AED$

$\therefore BF = DE$

$\therefore BF = EF$

作圖

$\cong \triangle$ 對應角

已知

作圖

$\cong \triangle$ 對應邊

等腰 \triangle 底角

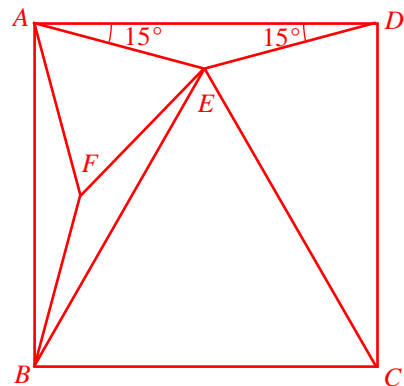
\triangle 內角和

已知

等角對等邊

作圖

$\cong \triangle$ 對應邊



考慮 $\triangle AED$ 。

$$\angle AED + \angle DAE + \angle ADE = 180^\circ$$

$$\angle AED + 15^\circ + 15^\circ = 180^\circ$$

$$\angle AED = 150^\circ$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AED$$

$$\therefore \angle AFB = \angle AED$$

$$= 150^\circ$$

$$\angle EFB + \angle AFB + \angle AFE = 360^\circ$$

$$\angle EFB + 150^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

$$\angle EFB = 150^\circ$$

考慮 $\triangle AFB$ 和 $\triangle EFB$ 。

$$\angle AFB = \angle EFB = 150^\circ$$

$$BF = BF$$

$$AF = EF$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle EFB$$

$$\therefore \angle ABF = \angle EBF$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AED$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ADE$$

$$= 15^\circ$$

$$\therefore \angle EBF = 15^\circ$$

$\therefore ABCD$ 是一個正方形。

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle ABF + \angle EBF + \angle EBC = 90^\circ$$

$$15^\circ + 15^\circ + \angle EBC = 90^\circ$$

$$\angle EBC = 60^\circ$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle EFB$$

$$\therefore AB = EB$$

$\therefore ABCD$ 是一個正方形。

$$\therefore AB = BC$$

$$\therefore EB = BC$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BCE$$

考慮 $\triangle BCE$ 。

$$\angle EBC + \angle BEC + \angle BCE = 180^\circ$$

$$60^\circ + \angle BEC + \angle BCE = 180^\circ$$

$$2\angle BCE = 120^\circ$$

$$\angle BCE = 60^\circ$$

$$\therefore \angle EBC = \angle BEC = \angle BCE = 60^\circ$$

$\therefore \triangle BCE$ 是一個等邊三角形。

\triangle 內角和

作圖

$\cong \triangle$ 對應角

同頂角

公共邊

已證

SAS

$\cong \triangle$ 對應角

作圖

$\cong \triangle$ 對應角

已知

已證

$\cong \triangle$ 對應邊

已知

等腰 \triangle 底角

\triangle 內角和

挑戰題

教師版

姓名：_____ ()

班別：_____

第 1 章 百分法 (二)

1. 家榮把一筆款項存入銀行，以單利息計算。若年利率由 2.3% 提高至 2.5%，則家榮 3 年後所得的利息便會增加 \$2610。求該筆款項的金額。

解

設該筆款項的金額是 \$P\$。

年利率是 2.3% 時 3 年後所得的利息

$$= \$P \times 2.3\% \times 3$$

$$= \$0.069P$$

年利率是 2.5% 時 3 年後所得的利息

$$= \$P \times 2.5\% \times 3$$

$$= \$0.075P$$

$$0.075P - 0.069P = 2610$$

$$0.006P = 2610$$

$$P = 435\,000$$

∴ 該筆款項的金額是 \$435\,000\$。

2. 某住宅單位的價值第一年增加了 $r\%$ ，第二年減少了 $r\%$ ，第三年增加了 $r\%$ ，第四年減少了 $r\%$ 。若 4 年後該住宅單位的價值的百分變化是 $-3.881\,584\%$ ，求 r 的值。

解

設該住宅單位原來的價值是 \$P\$。

該住宅單位 4 年後的價值

$$= \$P \times (1 + r\%) \times (1 - r\%) \times (1 + r\%) \times (1 - r\%)$$

$$= \$P \times [(1 + r\%)(1 - r\%)]^2$$

$$= \$P \times [(1 + 0.01r)(1 - 0.01r)]^2$$

$$= \$P \times [1^2 - (0.01r)^2]^2$$

$$= \$P \times [1 - 0.0001r^2]^2$$

$$P \times (1 - 0.0001r^2)^2 = (1 - 3.881\,584\%)P$$

$$(1 - 0.0001r^2)^2 = 1 - 0.038\,815\,84$$

$$(1 - 0.0001r^2)^2 = 0.961\,184\,16$$

$$1 - 0.0001r^2 = \sqrt{0.961\,184\,16}$$

$$1 - 0.0001r^2 = 0.9804$$

$$0.0001r^2 = 1 - 0.9804$$

$$0.0001r^2 = 0.0196$$

$$r^2 = 196$$

$$r = \sqrt{196}$$

$$r = \underline{\underline{14}}$$

3. 一筆款項 $\$P$ 存入銀行，第一年的年利率是 2%，每半年以複利息結算一次；第二年的年利率是 3%，每季以複利息結算一次；第三年的年利率是 4%，每月以複利息結算一次。已知另一筆款項 $\$2P$ 存入銀行，年利率是 $r\%$ ，以單利息計算，3 年後所得的利息與前者所得的利息相同。求 r 的值，準確至三位有效數字。

解

$$P \times \left(1 + \frac{2\%}{2}\right)^2 \times \left(1 + \frac{3\%}{4}\right)^4 \times \left(1 + \frac{4\%}{12}\right)^{12} - P = 2P \times r\% \times 3$$

$$P \times (1.01)^2 \times (1.0075)^4 \times \left(\frac{301}{300}\right)^{12} - P = 0.06rP$$

$$P \left[(1.01)^2 \times (1.0075)^4 \times \left(\frac{301}{300}\right)^{12} - 1 \right] = 0.06rP$$

$$\frac{(1.01)^2 \times (1.0075)^4 \times \left(\frac{301}{300}\right)^{12} - 1}{0.06} = r$$

$$r = \underline{\underline{1.56}} \text{ (準確至三位有效數字)}$$

4. 一件玩具、一本書和一個袋的價格比例是 1:2:3。該件玩具、該本書和該個袋分別以 $x\%$ 、 $3x\%$ 和 $4x\%$ 的折扣百分率出售。若購買五件玩具、三本書和一個袋的總折扣百分率是 17.5%，求 x 的值。

解

設該件玩具、該本書和該個袋的價格分別是 $\$P$ 、 $\$2P$ 和 $\$3P$ 。

五件玩具、三本書和一個袋的總折扣

$$= \$(P \times x\% \times 5 + 2P \times 3x\% \times 3 + 3P \times 4x\% \times 1)$$

$$= \$(0.05xP + 0.18xP + 0.12xP)$$

$$= \$0.35xP$$

在沒有折扣的情況下，五件玩具、三本書和一個袋的總價格

$$= \$(P \times 5 + 2P \times 3 + 3P \times 1)$$

$$= \$(5P + 6P + 3P)$$

$$= \$14P$$

$$14P \times 17.5\% = 0.35xP$$

$$2.45P = 0.35xP$$

$$2.45 = 0.35x$$

$$x = \underline{\underline{7}}$$

5. 何先生的薪俸稅是 $\$x$ ， $\$x$ 多於 $\$9000$ 且少於 $\$16\,000$ 。他的月薪是 $\$4x$ 。他的基本免稅額是 $\$339\,200$ 。根據下表所示為 2018–2019 年度的累進稅率，求 x 的值。

應課稅入息實額	稅率
(I) 最初的 $\$50\,000$	2%
(II) 其次的 $\$50\,000$	6%
(III) 其次的 $\$50\,000$	10%
(IV) 其次的 $\$50\,000$	14%
(V) 餘額	17%

解

何先生的應課稅入息實額

$$= \$(4x \times 12 - 339\,200)$$

$$= \$(48x - 339\,200)$$

已知 $\$9000 < \text{何先生的薪俸稅} (\$x) < \$16\,000$ 。

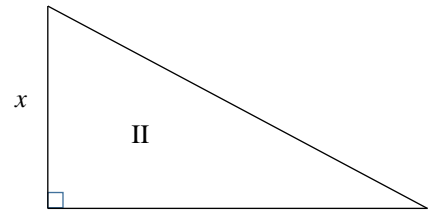
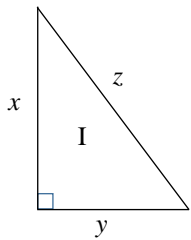
即應課稅入息實額多於 $\$150\,000$ 且少於 $\$200\,000$ 。

$$\begin{aligned} 50\,000 \times 2\% + 50\,000 \times 6\% + 50\,000 \times 10\% + (48x - 339\,200 - 150\,000) \times 14\% &= x \\ 1000 + 3000 + 5000 + (48x - 489\,200) \times 0.14 &= x \\ 9000 + 6.72x - 68\,488 &= x \\ 6.72x - x &= 68\,488 - 9000 \\ 5.72x &= 59\,488 \\ x &= \underline{\underline{10\,400}} \end{aligned}$$

6. 直角三角形 I 的邊長分別是 x 、 y 和 z ，當中 z 是直角三角形 I 斜邊的長度。現在把 y 和 z 分別增加 $a\%$ 和 70% 而 x 維持不變。設 x 、 y 和 z 的新值是直角三角形 II 的邊長，當中 z 的新值是直角三角形 II 斜邊的長度。已知直角三角形 II 的面積是直角三角形 I 的 2.5 倍。

(a) 求 a 的值。

(b) 求 $y : z$ 。



解

(a) 直角三角形 I 的面積 = $\frac{xy}{2}$
 直角三角形 II 的面積 = $\frac{x \times y \times (1+a\%)}{2}$

$$\frac{x \times y \times (1+a\%)}{2} = \frac{xy}{2} \times 2.5$$

$$1 + a\% = 2.5$$

$$a\% = 1.5$$

$$a = \underline{\underline{150}}$$

(b) 考慮直角三角形 I :

$$x^2 + y^2 = z^2 \dots\dots\dots (1)$$

考慮直角三角形 II :

$$x^2 + [(1 + 150\%)y]^2 = [(1 + 70\%)z]^2$$

$$x^2 + (2.5y)^2 = (1.7z)^2$$

$$x^2 + 6.25y^2 = 2.89z^2 \dots\dots\dots (2)$$

(2) - (1) :

$$6.25y^2 - y^2 = 2.89z^2 - z^2$$

$$5.25y^2 = 1.89z^2$$

$$\frac{y^2}{z^2} = \frac{1.89}{5.25}$$

$$\left(\frac{y}{z}\right)^2 = 0.36$$

$$\frac{y}{z} = \sqrt{0.36}$$

$$y : z = 0.6$$

$$y : z = \underline{\underline{3 : 5}}$$