

# 序言

數學科 (小一至中六) 修訂課程已於 2017 年 11 月公布。初中數學修訂課程將於 2020/21 學年起在各中學中一逐年推行。

第二學習階段 (即小四至小六) 的小學數學修訂課程將於 2020/21 學年起在小四逐年推行。因此，於 2020/21、2021/22 及 2022/23 學年升讀中一的學生在初中修讀修訂課程，但於小學修讀 2000 年版小學數學課程，而非小學數學修訂課程。這些學生會缺學一些載於小學數學修訂課程而不在現行小學數學課程之內的課題。《課程過渡完備教材》小冊子是為協助老師在推行初中數學修訂課程時處理這問題而編寫的。各相關課題的學與教材料包括以下三個部分：

	各部分的内容	描述
(i)	教學内容和練習	提供適當的課堂活動、例題、即時練習、課堂練習和練習。
(ii)	教學提示	提供教學内容所涉及的學習範疇、學習重點、學生須具備的已有知識和規劃建議。
(iii)	題解/答案	提供課堂活動的答案，以及即時練習、課堂練習和練習的題解。

老師可從教師網下載這小冊子的 MS Word 檔。

# 目錄

---

<b>1</b>	<b>3 的整除性判別方法</b>	
	教學內容和練習 .....	1
	教學提示 .....	5
	題解/答案 .....	7
<b>2</b>	<b>質數與合成數的概念</b>	
	教學內容和練習 .....	10
	教學提示 .....	15
	題解/答案 .....	16
<b>3</b>	<b>運用短除法求兩個數的最大公因數和最小公倍數</b>	
<b>4</b>	<b>圓面積公式</b>	
<b>5</b>	<b>點和線段的概念，以及不同類型三角形的關係</b>	
<b>6</b>	<b>角 (度)</b>	
<b>7</b>	<b>圓形圖</b>	

# 1 3 的整除性判別方法

考慮以下算式。

$$8 \div 2 = 4$$

當 8 除以 2 時，沒有餘數。我們說 8 被 2 整除。

如果將某數乘以 1、2、3、4 等，則所得的乘積稱為該數的**倍數**。

例如： $5 \times 1 = 5$

$$5 \times 2 = 10$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$5 \times 4 = 20$$

因此，5 的首 4 個倍數是 5、10、15 和 20。

◀ 兩個數相乘的結果稱為乘積。

在上面的例子中，由於 15 是 5 的倍數，因此 15 可被 5 整除。

在小學階段，我們學習了 2、5 和 10 的**整除性**判別方法。

	判別方法	例子
<b>2 的整除性</b>	所有偶數 (即個位數字是 0、2、4、6 或 8 的數) 都可以被 2 整除。	<b>10, 42, 74, 136, 2908</b>
<b>5 的整除性</b>	所有個位數字是 0 或 5 的數都可以被 5 整除。	<b>40, 385, 1245</b>
<b>10 的整除性</b>	所有個位數字是 0 的數都可以被 10 整除。	<b>30, 610, 2740</b>

以下我們將學習 3 的整除性判別方法。

### 課堂活動 1.1

目的：認識可以被 3 整除的數的特徵。

1. 在下表中，圈出在 1 至 110 之間可以被 3 整除的數 (即 3 的倍數)。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110

2. 下面顯示了上表中圈出的一些數。找出每個數各位上的數字之和。

	<b>數字之和</b>		<b>數字之和</b>
(a) 15	$1 + 5 = \underline{\quad}$	(b) 36	$3 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$
(c) 84		(d) 102	

3. 根據第 2 題的結果，數字之和是否為 3 的倍數？

4. 下面顯示了上表中沒有圈出的一些數。找出每個數各位上的數字之和。

	<b>數字之和</b>		<b>數字之和</b>
(a) 29		(b) 43	
(c) 76		(d) 107	

5. 根據第 4 題的結果，數字之和是否為 3 的倍數？

6. 根據以上結果，你能否建議一個方法來找出可以被 3 整除的數？

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

事實上，我們有以下 3 的整除性判別方法。

如果一個數各位上的數字之和可以被 3 整除，  
則該數可以被 3 整除。

注意：

如果一個數各位上的數字之和不可以被 3 整除，則該數不可以被 3 整除。

**例 1.1**

下列各數可以被 3 整除嗎？

- (a) 18
- (b) 53
- (c) 192

解

(a) 對於 18， $1 + 8 = 9$ 。

9 可以被 3 整除。

∴ 18 可以被 3 整除。 ◀ 「∴」是一個數學符號，表示「所以」。

(b) 對於 53， $5 + 3 = 8$ 。

8 不可以被 3 整除。

∴ 53 不可以被 3 整除。

(c) 對於 192， $1 + 9 + 2 = 12$ 。

12 可以被 3 整除。

∴ 192 可以被 3 整除。

**即時練習 1.1**

下列各數可以被 3 整除嗎？

- (a) 46
- (b) 78
- (c) 111

### 練習 1

1. 下列各數可以被 3 整除嗎？
  - (a) 25
  - (b) 69
  - (c) 73
  - (d) 121
  - (e) 504
  - (f) 2019
2. 寫出兩個可以被 3 整除的三位數。
3. 寫出兩個可以被 3 整除的四位數。
4. 寫出可以被 3 整除的最大三位數。
5. 寫出可以被 3 整除的最小四位數。
6. 三位數  $41\star$  可以被 3 整除。 $\star$  可以是哪些數字？

## 教學提示

### 學習範疇

數與代數

### 學習重點

認識 3 的整除性判別方法，包括某整數可以被 3 整除的條件。(4N2)

注意：

對於能力較高的學生，老師可以利用以下示例來說明為甚麼 3 的整除性判別方法有效，但這內容並非課程要求。

例如：(i) 考慮 972。

$$\begin{aligned}972 &= 900 + 70 + 2 \\ &= 9 \times 100 + 7 \times 10 + 2 \\ &= 9 \times (99 + 1) + 7 \times (9 + 1) + 2 \\ &= 9 \times 99 + 9 + 7 \times 9 + 7 + 2 \\ &= (9 \times 99 + 7 \times 9) + 9 + 7 + 2 \\ &= (9 \times 99 + 7 \times 9) + 18\end{aligned}$$

因為  $9 \times 99 + 7 \times 9$  是 3 的倍數及 18 (972 各位上的數字之和) 也是 3 的倍數，所以 972 可以被 3 整除。

(ii) 考慮 643。

$$\begin{aligned}643 &= 600 + 40 + 3 \\ &= 6 \times 100 + 4 \times 10 + 3 \\ &= 6 \times (99 + 1) + 4 \times (9 + 1) + 3 \\ &= 6 \times 99 + 6 + 4 \times 9 + 4 + 3 \\ &= (6 \times 99 + 4 \times 9) + 6 + 4 + 3 \\ &= (6 \times 99 + 4 \times 9) + 13\end{aligned}$$

因為  $6 \times 99 + 4 \times 9$  是 3 的倍數，但 13 (643 各位上的數字之和) 不是 3 的倍數，所以 643 不可以被 3 整除。

課程過渡完備教材

### **已有知識**

在 2000 年版小學數學課程學習單位 4N2「除法 (二)」中，認識整除性，除數為 2、5 和 10。

注意：

一些學生可能在小學階段已經學習有關課題：4N-E1「整除性」(增潤項目)。

### **規劃建議**

老師可在教授 1A 冊第 1 章「基礎計算」的第 1.1 節「整除性」或其他合適課題前，加入本課題的教學。



**題解/答案**

課堂活動 1.1 (第 2 頁)

1.

1	2	③	4	5	⑥	7	8	⑨	10
11	⑫	13	14	⑮	16	17	⑱	19	20
⑳	22	23	㉑	25	26	㉓	28	29	㉕
31	32	㉓	34	35	㉖	37	38	㉘	40
41	㉒	43	44	㉔	46	47	㉗	49	50
㉙	52	53	㉚	55	56	㉛	58	59	㉜
61	62	㉞	64	65	㉟	67	68	㊱	70
71	㊲	73	74	㊴	76	77	㊵	79	80
㊶	82	83	㊸	85	86	㊹	88	89	㊺
91	92	㊼	94	95	㊽	97	98	㊿	100
101	㊻	103	104	㊾	106	107	㊿	109	110

2. (a) 6

(b)  $3 + \underline{6} = 9$

(c)  $8 + 4 = 12$

(d)  $1 + 0 + 2 = 3$

3. 是

4. (a)  $2 + 9 = 11$

(b)  $4 + 3 = 7$

(c)  $7 + 6 = 13$

(d)  $1 + 0 + 7 = 8$

5. 否

6. 檢查一個數各位上的數字之和是否為 3 的倍數。若是，則該數可以被 3 整除。否則，該數不能被 3 整除。

### 即時練習 1.1 (第 3 頁)

- (a) 對於  $46$ ， $4 + 6 = 10$ 。  
10 不可以被 3 整除。  
 $\therefore 46$  不可以被 3 整除。
- (b) 對於  $78$ ， $7 + 8 = 15$ 。  
15 可以被 3 整除。  
 $\therefore 78$  可以被 3 整除。
- (c) 對於  $111$ ， $1 + 1 + 1 = 3$ 。  
3 可以被 3 整除。  
 $\therefore 111$  可以被 3 整除。

### 練習 1 (第 4 頁)

1. (a) 對於  $25$ ， $2 + 5 = 7$ 。  
7 不可以被 3 整除。  
 $\therefore 25$  不可以被 3 整除。
- (b) 對於  $69$ ， $6 + 9 = 15$ 。  
15 可以被 3 整除。  
 $\therefore 69$  可以被 3 整除。
- (c) 對於  $73$ ， $7 + 3 = 10$ 。  
10 不可以被 3 整除。  
 $\therefore 73$  不可以被 3 整除。
- (d) 對於  $121$ ， $1 + 2 + 1 = 4$ 。  
4 不可以被 3 整除。  
 $\therefore 121$  不可以被 3 整除。
- (e) 對於  $504$ ， $5 + 0 + 4 = 9$ 。  
9 可以被 3 整除。  
 $\therefore 504$  可以被 3 整除。
- (f) 對於  $2019$ ， $2 + 0 + 1 + 9 = 12$ 。  
12 可以被 3 整除。  
 $\therefore 2019$  可以被 3 整除。
2. 所求的數是 114 和 837。  
(或其他合理答案)
3. 所求的數是 2142 和 6795。  
(或其他合理答案)

4. 可以被 3 整除的最大三位數是 999。
5. 可以被 3 整除的最小四位數是 1002。

6.

★	41★	各位上的數字之和
0	410	$4 + 1 + 0 = 5$
1	411	$4 + 1 + 1 = 6$
2	412	$4 + 1 + 2 = 7$
3	413	$4 + 1 + 3 = 8$
4	414	$4 + 1 + 4 = 9$
5	415	$4 + 1 + 5 = 10$
6	416	$4 + 1 + 6 = 11$
7	417	$4 + 1 + 7 = 12$
8	418	$4 + 1 + 8 = 13$
9	419	$4 + 1 + 9 = 14$

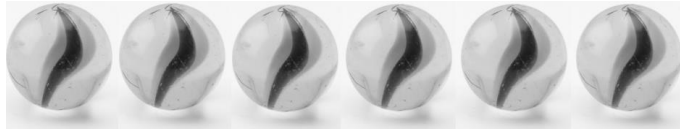
考慮各位上的數字之和。

- $\therefore$  6、9 和 12 可以被 3 整除。
- $\therefore$  411、414 和 417 可以被 3 整除。
- $\therefore$  ★ 可以是 1、4 或 7。

## 2 質數與合成數的概念

### A 質數與合成數

考慮把 6 粒波子平均分成若干組。



組的數目	除法	每組波子的數量	分物後是否有波子剩餘？
1	$6 \div 1 = 6$	6	否
2	$6 \div 2 = 3$	3	否
3	$6 \div 3 = 2$	2	否
4	$6 \div 4 = 1 \dots 2$	1	是
5	$6 \div 5 = 1 \dots 1$	1	是
6	$6 \div 6 = 1$	1	否

從以上結果可得，當 6 除以 1、2、3 和 6 時，沒有餘數。我們說 6 可被 1、2、3 和 6 整除，而 1、2、3 和 6 是 6 的因數。

我們也可透過列出某數的乘積來找出該數的因數。

例如： $6 = 1 \times 6$     ◀ 1 和 6 是 6 的因數。  
 $\quad \quad = 2 \times 3$     ◀ 2 和 3 是 6 的因數。  
 因此，1、2、3 和 6 是 6 的因數。

注意：

- 用作數數的數字 1, 2, 3, 4, 5, ... 稱為自然數。
- 在本章中，所有數僅指自然數。

餘數 remainder

可整除的 divisible

因數 factor

自然數 natural number

### 課堂活動 2.1

目的：根據各個數的因數數量把數分組。

1. 列出 1 至 20 各數的所有因數，並找出各數的因數數量，以完成下表。

數	因數	因數數量
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

2. 根據各數的因數數量，把 1 至 20 分成三類。

類別	數
第一類 (只有 1 個因數)	
第二類 (只有 2 個因數)	2,
第三類 (有多於 2 個因數)	4,

從上頁的課堂活動，我們可根據各數的因數數量把數分成三類。

- (i) 該數只有 1 個因數
- (ii) 該數只有 2 個因數 (1 及該數本身)
- (iii) 該數有多於 2 個因數

我們稱只有 2 個因數的數為**質數**。

如果某數 (除 1 以外) 的因數只有 1 及該數本身，則該數稱為質數。

我們稱有多於 2 個因數的數為**合成數**。

如果某數 (除 1 以外) 有多於 2 個因數，則該數稱為合成數。

- 例如：
- (a) 小於 10 的質數有 2、3、5 和 7。
  - (b)  $19 = 1 \times 19$   
19 的因數是 1 和 19。因此，19 是質數。
  - (c)  $14 = 1 \times 14$   
 $= 2 \times 7$   
14 的因數是 1、2、7 和 14。因此，14 是合成數。

注意：1 不是質數，也不是合成數。

### 課堂練習 2.1

判斷下列各數是質數還是合成數，在適當的空格內填上「✓」。

	質數	合成數
1. 16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. 23	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. 59	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. 75	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## B 找出質數

當我們想找出 100 以內的所有質數時，我們必須找出每個數的因數數量，這是非常花費時間的！

二千多年前，希臘數學家愛拉托散尼 (Eratosthenes, 公元前 276 – 195) 發明了一種找出質數的方法，稱為「愛氏篩」。在這種方法中，將 1 和所有合成數以篩子過濾掉物體的形式被移除，只剩下質數。讓我們看看如何使用愛氏篩找出 100 以內的質數。

下表顯示由 2 至 100 的數。

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

**步驟 1** 從最小的整數開始。

**步驟 2** 在表中圈出最小的整數，並用「×」將它的倍數刪去。

**步驟 3** 對剩下未加任何標記的數，重覆**步驟 2** 直至所有數均有標記。

**步驟 4** 在表中所有圈起的數就是 100 以內的質數。

---

愛氏篩 Sieve of Eratosthenes

### 課堂練習 2.2

1. 寫出 100 以內的所有質數。

---

---

2. 在 40 至 60 之間有 \_\_\_\_\_ 個質數。

3. 最小的質數是 \_\_\_\_\_。

4. 小於 100 的最大質數是 \_\_\_\_\_。

### 練習 2

1. 考慮以下的數。

1, 5, 9, 12, 17, 23, 36, 50

- (a) 其中哪些是質數？

- (b) 其中哪些是合成數？

2. 寫出在 50 至 70 之間的所有質數。

3. 寫出在 21 至 35 之間 (包括 21 和 35) 的所有合成數。

4. 寫出在 100 至 120 之間的所有質數。

5. 小於 140 的最大質數是甚麼？

6. 在所有偶數中，哪個是質數？



## 教學提示

### 學習範疇

數與代數

### 學習重點

1. 認識質數與合成數。(4N3)
2. 判斷一個 100 以內的數是否質數。(4N3)
3. 運用愛氏篩找出 100 以內的所有質數。(4N3)

### 已有知識

1. 在 2000 年版小學數學課程學習單位 4N2「除法(二)」中，認識整除性，除數為 2、5 和 10。
2. 在 2000 年版小學數學課程學習單位 4N4「倍數和因數」中認識因數及找出一個數的所有因數。

注意：

- (a) 一些學生可能在小學階段已經學習有關課題：4N-E2「質數及合成數」(增潤項目)。
- (b) 質數和合成數的討論僅限於自然數。

### 規劃建議

老師可在教授 1A 冊第 1 章「基礎計算」的第 1.2B 節「質數和合成數」或其他合適課題前，加入本課題的教學。

## 題解/答案

### 課堂活動 2.1 (第 11 頁)

1.

數	因數	因數數量
1	<u>1</u>	<u>1</u>
2	<u>1, 2</u>	<u>2</u>
3	<u>1, 3</u>	<u>2</u>
4	<u>1, 2, 4</u>	<u>3</u>
5	<u>1, 5</u>	<u>2</u>
6	<u>1, 2, 3, 6</u>	<u>4</u>
7	<u>1, 7</u>	<u>2</u>
8	<u>1, 2, 4, 8</u>	<u>4</u>
9	<u>1, 3, 9</u>	<u>3</u>
10	<u>1, 2, 5, 10</u>	<u>4</u>
11	<u>1, 11</u>	<u>2</u>
12	<u>1, 2, 3, 4, 6, 12</u>	<u>6</u>
13	<u>1, 13</u>	<u>2</u>
14	<u>1, 2, 7, 14</u>	<u>4</u>
15	<u>1, 3, 5, 15</u>	<u>4</u>
16	<u>1, 2, 4, 8, 16</u>	<u>5</u>
17	<u>1, 17</u>	<u>2</u>
18	<u>1, 2, 3, 6, 9, 18</u>	<u>6</u>
19	<u>1, 19</u>	<u>2</u>
20	<u>1, 2, 4, 5, 10, 20</u>	<u>6</u>

2. 第一類：1  
 第二類：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19  
 第三類：4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20

### 課堂練習 2.1 (第 12 頁)

1. 合成數
2. 質數
3. 質數
4. 合成數

**課堂練習 2.2 (第 14 頁)**

1. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97
2. 5
3. 2
4. 97

**練習 2 (第 14 頁)**

1. (a) 5, 17, 23  
(b) 9, 12, 36, 50
2. 53, 59, 61, 67
3. 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35
4. 101, 103, 107, 109, 113
5. 139
6. 2